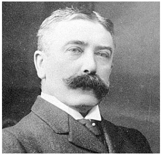
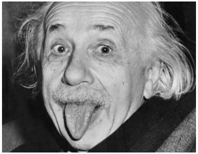
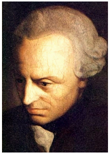
Promenade avec la règle de trois.
Pythagore, Saussure, Einstein, Kant...

Mathieu Anel

ERC project Philosophy of Canonical Quantum Gravity
Laboratoire SPHERE, Université Paris Diderot

21 juillet 2017 — Les muses de Saint-Jean

Règle de trois

Les mathématiques sont souvent basées sur des idées simples.

La règle de trois (ou règle de proportionalité) dit que

machin est à *chose* comme que *truc* est à *bidule*.

$$\frac{\text{machin}}{\text{chose}} = \frac{\text{truc}}{\text{bidule}}$$

Ce petit principe sert au calcul des pourcentages mais aussi en musique, en linguistique, en géométrie, dans la théorie de la relativité d'Einstein ...

On va tenter d'expliquer tout ça.

Plan

1. Pourcentages avec Obelix
2. Musique avec Pythagore
3. Linguistique avec Saussure
4. Géométrie avec Haddock
5. Physique avec Albert Einstein

1 – Pourcentages avec Obélix

Obelix va nous rappeler comment on calcule un pourcentage avec la règle de trois.

1 – Pourcentages avec Obélix

Obelix	X	10
gâteau	100	12

$$\frac{X}{100} = \frac{10}{12} \iff X = \frac{10}{12} \times 100 = 83.333\ldots$$

1 – Pourcentages avec Obélix

La proportionalité sert à beaucoup d'autre choses en maths :

- concevoir les nombres négatifs :
  -2 est en rapport *additif* à 1 comme 2 est à 5
- concevoir les nombres rationnels :
  $\frac{2}{3}$ est en rapport *multiplicatif* à 1 comme 2 est à 3
- concevoir les racines carrés :
  $\sqrt{2}$ est en rapport de *puissance* à 2 comme 3 est à 9
- on verra plus loin la notion de vecteur comme rapport entre deux points
- ...

2 – Musique avec Pythagore

Pythagore va nous apprendre comment construire une

gamme de notes.

2 – Musique avec Pythagore

Le problème à résoudre est celui d'avoir des beaux accords.

C'est-à-dire d'avoir un joli son quand on joue plusieurs notes en même temps.

Si on gratte deux cordes d'une guitare désaccordée, le son n'est pas joli.

Accorder un instrument, c'est faire en sorte que les accords sonnent bien.

Une gamme de notes c'est un ensemble de notes qui sonnent bien les unes avec les autres.

2 – Musique avec Pythagore

Qu'est-ce que ça veut dire bien sonner ?

Un son est une vibration, qui a une fréquence.

Deux sons sonnent bien si leurs vibrations sont compatibles.

C'est-à-dire si le rapport de leurs fréquences est une fraction.

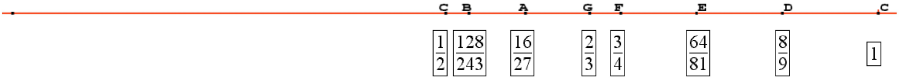
Dans le cas de *DO* et *SOL* on a

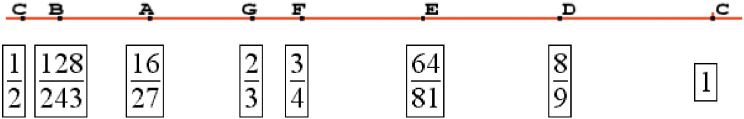
$$\frac{\text{fréquence DO}}{\text{fréquence SOL}} = \frac{2}{3}.$$

DO fait 2 vibrations pendant que SOL en fait 3.

2 – Musique avec Pythagore

Les notes d'une corde (p.ex. de guitare)



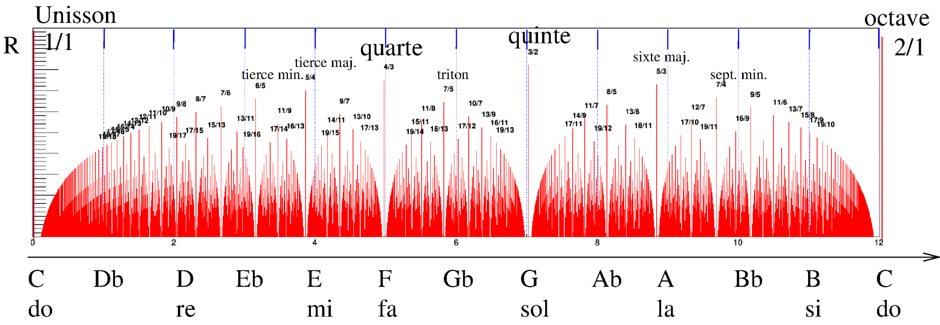


Les fractions indiquent la portion de la corde de guitare qui vibre.

$$\frac{C}{G} = \frac{DO}{SOL} = \frac{2}{3} \qquad \frac{C}{B} = \frac{DO}{SI} = \frac{128}{243}$$

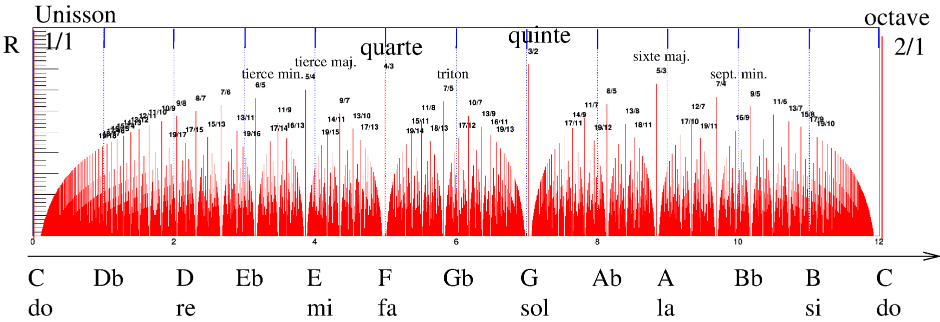
2 – Musique avec Pythagore

Voici le diagramme de toutes les notes possibles
= toutes les manières harmonieuses dont on peut découper l'octave. Il y a une note par fraction.



(image © https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/)

2 – Musique avec Pythagore



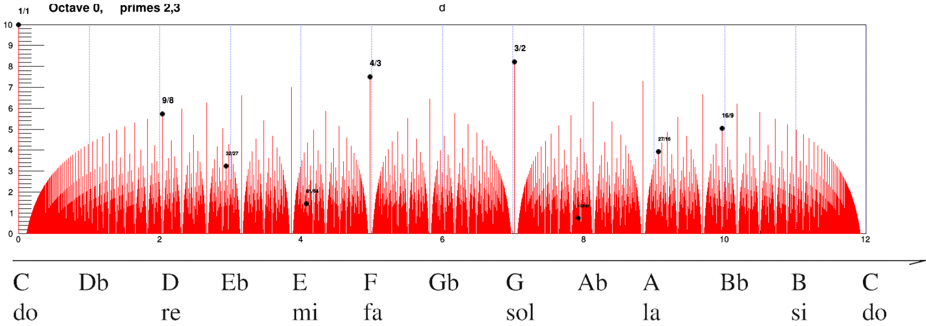
Plus la fraction est formée de petits nombres,
plus l'accord avec DO est bon :

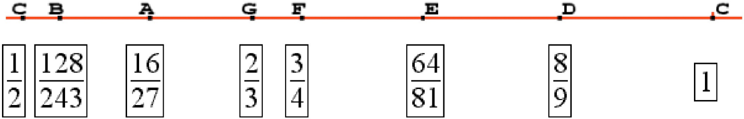
Le SOL ($\frac{2}{3}$) sonne mieux avec le DO que le SI ($\frac{128}{243}$).

C'est ça que mesure la hauteur des barres rouges.

2 – Musique avec Pythagore

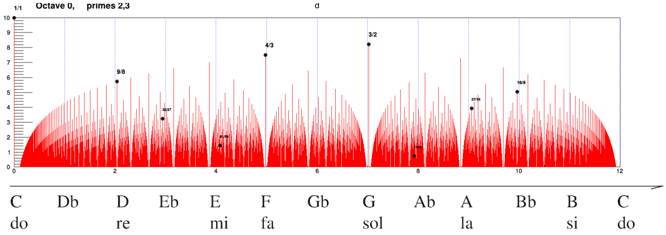
La gamme de Pythagore = celle qu'on peut construire
à partir de l'octave et la quinte seulement





2 – Musique avec Pythagore

Voilà comment on fait pour construire la gamme de Pythagore



On part de $\quad \dfrac{\text{Octave}}{\text{Unisson}} = \dfrac{2}{1} \quad$ et $\quad \dfrac{\text{Quinte}}{\text{Unisson}} = \dfrac{3}{2}$

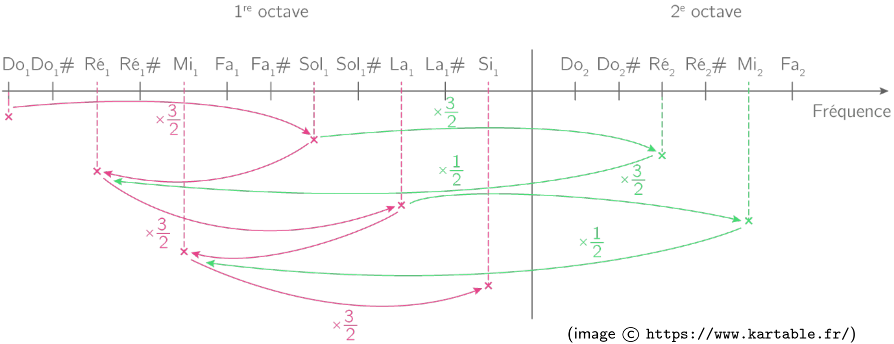
puis on construit la quarte $\quad \dfrac{\text{Quarte}}{\text{Unisson}} = \dfrac{\text{Octave}}{\text{Quinte}} = \dfrac{2}{\frac{3}{2}} = \dfrac{4}{3}$

et la seconde $\quad \dfrac{\text{Seconde}}{\text{Unisson}} = \dfrac{\text{Quinte}}{\text{Quarte}} = \dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} = \dfrac{9}{8}$

etc.

2 – Musique avec Pythagore

Un autre méthode pour construire la gamme de Pythagore en itérant les quintes.



(image © https://www.kartable.fr/)

En 5 coups, on obtient *DO – SOL – RE – LA – MI*.

En 7 coups, on obtient *FA – DO – SOL – RE – LA – MI – SI*.

En 12 coups, on obtient

DO – SOL – RE – LA – MI – SI – FA♯ – DO♯ – SOL♯ – MI♭ – SI♭ – FA.

3 – Linguistique avec Ferdinand

Maintenant, Ferdinand de Saussure va nous parler de linguistique.

3 – Linguistique avec Ferdinand

Pour Saussure : la grammaire est trop compliquée pour être la source de la manipulation de la langue.

Il faut un principe plus intuitif qui fonde la pratique de la langue.

(Les enfants apprennent à parler avant d'apprendre la grammaire, et on a pas l'impression de réfléchir quand on comprend une phrase.)

Solution : la "quatrième proportionnelle"

3 – Linguistique avec Ferdinand

La quatrième proportionnelle, c'est un autre nom de la règle de trois.

Ça veut dire qu'on a des relations de proportionalité entre les mots

accepter	acceptation
décrire	description

Cette proportionalité se décline de plusieurs manière (préfixes, suffixes, substantif, conjugaisons...)

inacceptable	accepter	acceptation	nous acceptons	...
indescriptible	décrire	description	nous décrivons	...

3 – Linguistique avec Ferdinand

Le principe marche aussi avec les phrases

La fleur a besoin d'eau	La fleur est ronde
Le ballon a besoin d'eau	Le ballon est rond

D'après Saussure, c'est par ces relations de proportion qu'on extrait

- les groupes formant les mots (syllabes, phonèmes, préfixes...)
- les phrases (groupes nominal, verbal, compléments...)

et qu'on apprend à manipuler la langue !

3 – Linguistique avec Ferdinand

Mais le truc le plus remarquable, c'est qu'on peut se servir de la quatrième proportionnelle pour inventer des mots !

Et même si on a jamais entendu le mot, on le comprend tout de suite par comparaison.

impénétrable	pénétrer	pénétration
indécorable	décorer	décoration
imperméable	perméer	perméation

3 – Linguistique avec Ferdinand

Il y a un certain degré de liberté pour créer des mots. Il n'est pas toujours facile de choisir

auteur	auteure	auteuse	autrice
acteur			actrice
chanteur		chanteuse	
marchand	marchande		

Les trois choix sont légitimes.

3 – Linguistique avec Ferdinand

Pour Saussure, l'usage métaphorique n'est pas différent de l'usage normal d'un mot. Ce sont encore des histoires de règle de trois.

$$\frac{\text{vie}}{\text{mort}} = \frac{\text{jour}}{\text{soir}} \qquad\qquad \text{mort} = \text{soir de la vie}$$

$$\frac{\text{hippopotame}}{\text{vache}} = \frac{\text{fleuve}}{\text{pré}} \qquad\qquad \text{hippopotame} = \text{vache des fleuves}$$

$$\frac{\text{soleil}}{\text{planète}} = \frac{\text{centre}}{\text{périphérie}} = \frac{?}{\text{vie}}$$

$$\text{soleil de ma vie} = \text{le centre de ma vie}$$

Dans cet exemple, il est intéressant de remarquer que le mot "?" n'existe pas et qu'on y accède seulement par métaphore.

3 – Linguistique avec Ferdinand

Pour Saussure, c'est l'existence de ces séries qui permet de composer et décomposer les mots.

En particulier, cela permet aussi d'en créer.

L'originalité de la communication humaine (par rapport aux animaux) est dans la possibilité de faire des phrases qu'on a jamais entendu.

Les animaux, dans leur langage ou en langage des signes, se contentent de répéter ce qu'on leur a appris.

Donc l'originalité du langage humain serait dans la capacité à faire des séries, c'est-à-dire de la capacité de proportionalité.

3 – Linguistique avec Ferdinand

La langue est une chose en action, en construction permamente.

La normalisation de la langue par les grammaires ne sert qu'à freiner l'évolution de la langue.

C'est indispensable pour pouvoir se comprendre.

4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

Haddock, en bon marin, va nous parler du calcul vectoriel.

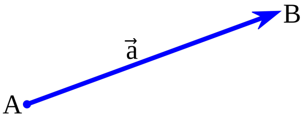
4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

En math, y'a les nombres

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad \ldots \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{4}, \quad \ldots \quad \pi, \quad e, \quad i, \ldots$$

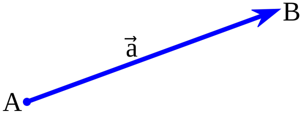
mais il y a aussi les vecteurs.

Un vecteur, c'est simplement une flèche.

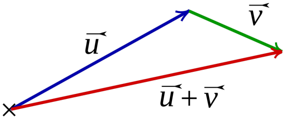


4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

Un vecteur, c'est simplement une flèche.



On peut les mettre bout à bout.



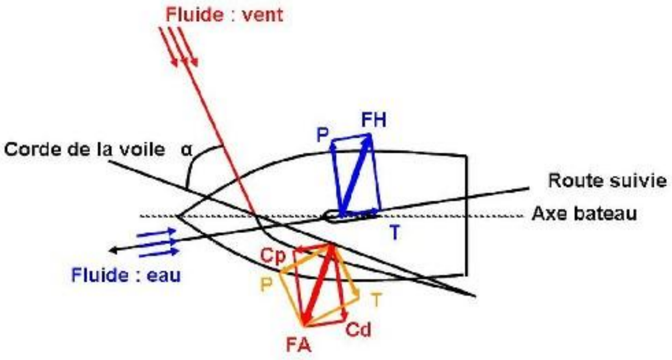
On appelle ça additionner les vecteurs.

4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

Le calcul vectoriel sert en particulier à la navigation maritime.

4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

Les vecteurs représentent les forces qui s'exercent sur un bateau.

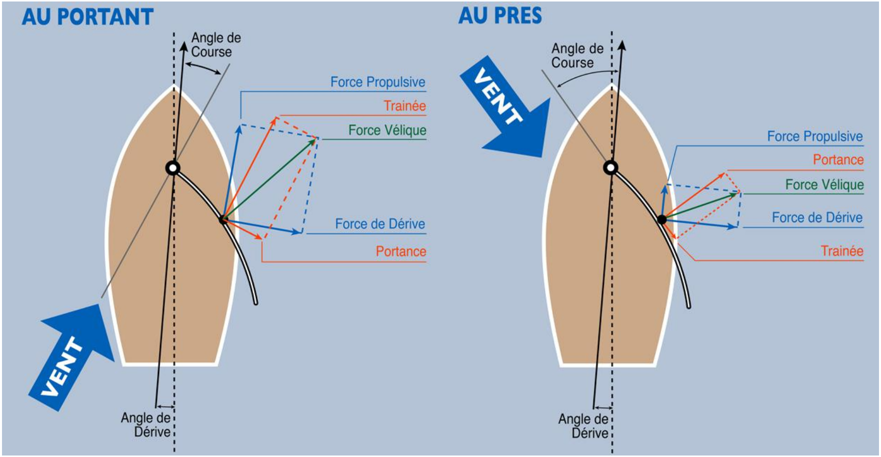


(images © https://www.culture-maritime.com)

FA = force du vent FH = force de l'eau

pour que le bateau avance, il faut que FA soit plus grand que FH

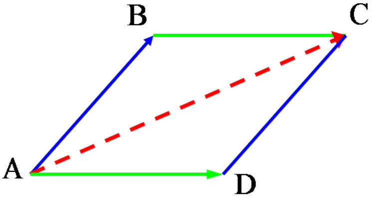
4 – Géométrie avec le capitaine Haddock



(images © https://wehicles.com/wiki/Voile)

4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

La règle d'addition des vecteurs s'appelle
la règle du parallèlogramme.



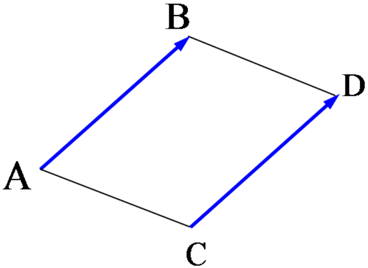
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

En termes de forces, $\overrightarrow{AC}$ est la force résultante des deux forces $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

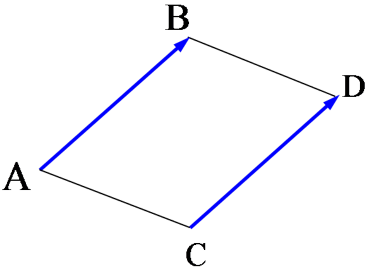
Mais quel rapport avec la règle de 3 ?

Voilà l'image qu'il faut avoir en tête



En géométrie des vecteurs, on dit que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont le même vecteur.

4 – Géométrie avec le capitaine Haddock



Ça veut dire qu'on va de A à B comme on va de C à D.

C'est-à-dire que le rapport entre A et B est le même qu'entre C et D.

$$\frac{B}{A} = \frac{D}{C}$$

L'addition des vecteurs dit qu'un certain rapport reste le même.

4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

La règle d'addition devient bizarre si on dessine les vecteurs sur une sphère plutôt que dans le plan :

[Dessin sur Ballon]

Suivant l'ordre d'addition, on ne trouve pas le même résultat !

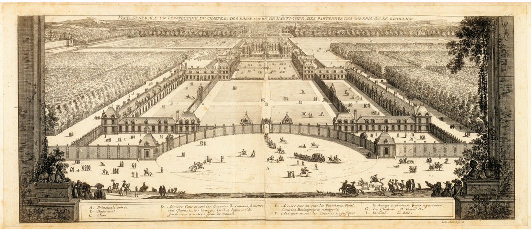
C'est un phénomène qu'on appelle la courbure.

4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

À l'école (ou à l'université) on apprend à distinguer plusieurs géométries :

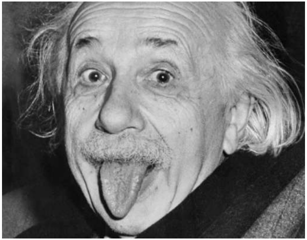
1. la géométrie euclidienne = étude des propriétés qui dépendent des longueurs (ou des angles)
2. la géométrie affine = étude des propriétés qui dépendent des rapports de longueurs
3. la géométrie projective (perspective) = étude des propriétés qui dépendent des birapports de longueurs

Sans approfondir, c'est encore des histoires de rapports.



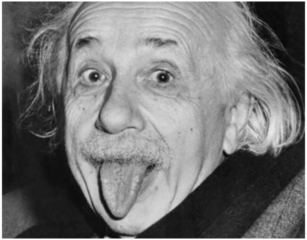
4 – Géométrie avec le capitaine Haddock

5 – Relativité avec Albert



Avec Albert Einstein, on va parler de comment aller tout droit.

5 – Relativité avec Albert



Aller tout droit est une histoire qui a pris quelques virages.

Galilée : un corps soumis à aucune force va tout droit.

Newton : un corps soumis à une force a une trajectoire courbée (= ça tourne ou ça accélère).

Einstein : un corps soumis à une force va tout droit mais dans un espace courbé.

5 – Relativité avec Albert

On va pas expliquer en 5 minutes la théorie de la relativité d'Einstein, mais on va considérer un problème qui s'y pose.

Qu'est-ce que ça veut dire aller tout droit ?

Réponse : ça veut dire qu'on va de A à B comme on va de B à C

[Dessin]

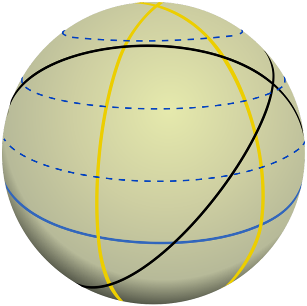
C'est la règle du parallélogramme appliquée avec $C = D$!

Aller tout droit, c'est avancer avec toujours le
même rapport de distance parcourue pour un même temps
$=$ avancer avec la même vitesse.

5 – Relativité avec Albert

Qu'est-ce que ça veut dire aller tout droit sur la surface d'un ballon ?

C'est suivre un grand cercle (équateur, méridiens)



[+ Dessin sur Ballon]

5 – Relativité avec Albert

Si on part de deux droites parallèles, il faut les courber pour qu'elles se touchent mais elle peuvent se toucher en restant droite si l'espace lui-même est courbé (exemple sphère)

Dans un plan, si deux personnes vont tout droit dans la même direction, elles ne se croisent jamais.

Mais sur une sphère si : deux grands cercles se croisent toujours, même quand ils sont "parallèles". Tout se passe comme si les deux personnes étaient attirées l'une par l'autre

C'est avec cette idée géométrique qu'Einstein a fait sa théorie de la gravitation.
Et tout tourne autour de l'idée d'aller tout droit ou de dire qu'on va dans une même direction.

Autres domaines

- Phonétique (Martinet)
- Anthropologie (Levi-Strauss)
- Mécanique (Newton)
- Philosophie (Kant)
- Chimie (Mendeleiev)
- Biologie comparée (Darwin)
- Anatomie comparée (Cuvier)
- ...

Phonétique (Martinet)

2. Tableau phonologique des consonnes du français (André Martinet)

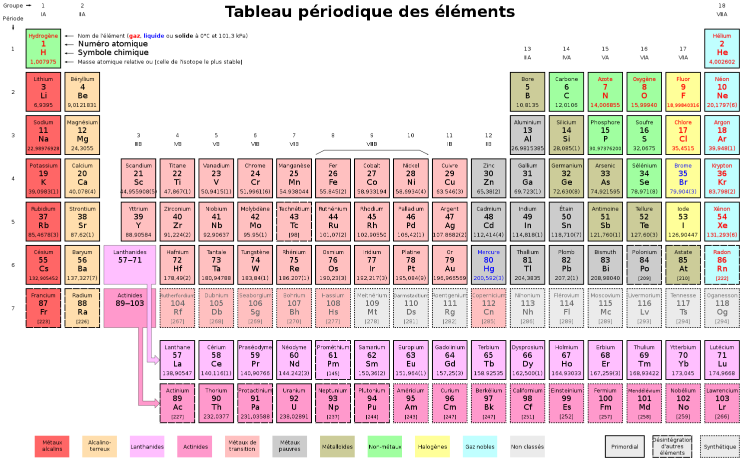
	Bilabial	Labiodental	Apical	Sifflant	Chuintant	Palatal	Vélaire
Orales sourdes	p	f	t	s	ʃ		k
Orales sonores	b	v	d	z	ʒ		g
Nasales	m		n			ɲ	
						j	

Chimie (Mendeleiev)

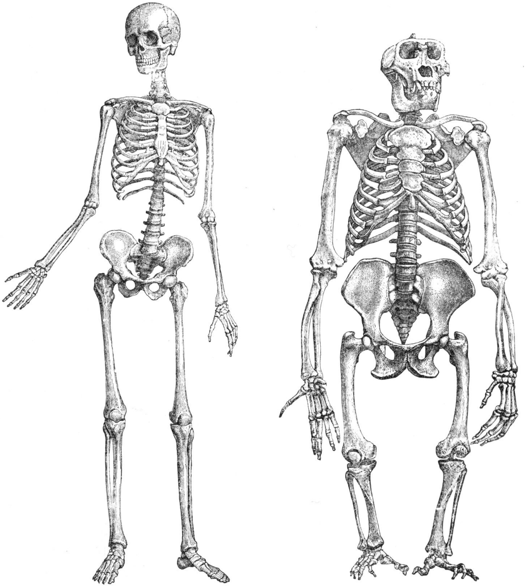
THE PERIODICITY OF THE ELEMENTS

The Elements	Their Properties in the Free State				The Composition of the Hydrogen and Organo-metallic Compounds	Symbols and Atomic Weights		The Composition of the Saline Oxides	The Properties of the Saline Oxides				Small Periods or Series
	t	a	d	A/d	RHm or R(CH3)m	R	A	R2On		d'	(2A+n'16)/d'	V	
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]		[7]		[8]	[9]	[10]	[11]
Hydrogen	<−200°	—	<0·05>	20	m = 1	H	1	1 = n		0·917	19·6	<−20	1
Lithium	180°	—	0·59	12		Li	7	1†		2·0	15	− 9	2
Beryllium	(900°)	—	1·64	5·5		Be	9	— 2		3·06	16·3	+ 2·6	
Boron	(1300°)	—	2·5	4·4	3 — —	B	11	— — 3		1·8	39	10	
Carbon	>(2500°)	—	<2·0 >	6	4 — — —	C	12	— — — 4		>1·0	<88	<19	
Nitrogen	−203°	—	<0·7 >	20	3 — —	N	14	1 — 3* — 5*		1·64	66	< 5	
Oxygen	<−200°	—	<1·0 >	16	2 —	O	16			—	—	—	
Fluorine	—	—	—	—	1	F	19			—	—	—	
Sodium	96°	071	0·98	23	1	Na	23	1†	Na_2O	2·6	24	−22	3
Magnesium	500°	027	1·74	14	2 —	Mg	24	— 2†		3·6	22	− 3	
Aluminium	600°	023	2·6	11	3 — —	Al	27	— — 3	Al_2O_3	4·0	26	+ 1·3	
Silicon	(1200°)	008	2·3	12	4 — — —	Si	28	— — 3 4		2·65	45	5·2	
Phosphorus	44°	128	2·2	14	3 — —	P	31	1 — 3* 4* 5*		2·39	59	6·2	
Sulphur	114°	067	2·07	15	2 —	S	32	— 2 — 4* 5* 6*		1·96	82	8·7	
Chlorine	−75°	—	1·3	27	1	Cl	35½	1 — 3 — 5* — 7*		—	—	—	
Potassium	58°	084	0·87	45		K	39	1†		2·7	35	−55	4
Calcium	(800°)	—	1·6	25		Ca	40	— 2†		3·15	36	− 7	
Scandium	—	—	(2·5)	(18)		Sc	44	— — 3†		3·86	35	(0)	
Titanium	(2500°)	—	(5·1)	(9·4)		Ti	48	— — 3 4		4·2	38	(+5)	
Vanadium	(2000°)	—	5·5	9·2		V	51	— 2 3 4 5		3·49	52	6·7	
Chromium	(2000°)	—	5·5	8·0		Cr	52	— 2 3 — — 6*		2·74	73	9·5	
Manganese	(1500°)	—	7·5	7·3		Mn	55	— 2† 3 4 — 6* 7*		—	—	—	
Iron	1400°	012	7·8	7·2		Fe	56	— 2† 3 — — 6*		—	—	—	
Cobalt	(1400°)	013	8·6	6·8		Co	58½	— 2† 3 4		—	—	—	
Nickel	1350°	017	8·7	6·8		Ni	59	— 2† 3		—	—	—	
Copper	1054°	029	8·8	7·2		Cu	63	1† 2†	Cu_2O	5·9	24	9·8	5
Zinc	433°	—	7·1	9·2	2 —	Zn	65	— 2†		5·7	28	4·8	
Gallium	30°	—	5·96	12	3 — —	Ga	70	— — 3	Ga_2O_3	(5·1)	(36)	(4·0)	
Germanium	900°	—	5·47	13	4 — — —	Ge	72	— 2 — 4		4·7	44	4·5	
Arsenic	500°	006	5·7	13	3 — —	As	75	— — 3 — 5*		4·1	56	6·0	
Selenium	217°	—	4·8	16	2 —	Se	79	— — — 4 — 6*		—	—	—	
Bromine	−7°	—	3·1	26	1	Br	80	1 — — — 5* — 7*		—	—	—	
Rubidium	39°	—	1·5	57		Rb	85	1†		—	—	—	6
Strontium	(600°)	—	2·5	35		Sr	87	— 2†		4·3	48	−11	
Yttrium	—	—	(3·4)	(26)		Y	89	— — 3†		5·05	45	(−2)	
Zirconium	(1500°)	—	4·1	22		Zr	90	— — — 4		5·7	43	−0·2	
Niobium	—	—	7·1	13		Nb	94	— — 3 — 5*		4·7	57	+6·2	
Molybdenum	—	—	8·6	12		Mo	96	— 2 3 4 — 6*		4·4	65	6·8	
						(1)							
Ruthenium	(2000°)	010	12·2	8·4		Ru	103	— 2 3 4 — 6 — 8		—	—	—	
Rhodium	(1900°)	008	12·1	8·6		Rh	104	— 2 3 4 — 6		—	—	—	
Palladium	1500°	012	11·4	8·3		Pd	106	1† 2 — 4		—	—	—	
Silver	950°	019	10·5	10		Ag	108	1†	Ag_2O	7·5	31	11	7
Cadmium	320°	031	8·6	13	2 —	Cd	112	— 2†		8·15	31	2·5	
Indium	176°	046	7·4	14	3 — —	In	113	— 2 3	In_2O_3	7·18	38	2·7	
Tin	230°	023	7·2	16	4 — — —	Sn	118	— 2 — 4		6·95	43	2·8	
Antimony	432°	012	6·7	18	3 — —	Sb	120	— — 3 4 5		6·5	49	2·6	8
Tellurium	455°	017	6·4	20	2 —	Te	125	— — — 4 — 6*		5·1	68	4·7	
Iodine	114°	—	4·9	26	1	I	127	1 — 3 — 5* — 7*		—	—	—	
Cæsium	27°	—	1·88	71		Cs	133	1†		—	—	—	
Barium	—	—	3·75	36		Ba	137	— 2†		5·1	60	−6·0	
Lanthanum	(600°)	—	6·1	23		La	138	— — 3†		6·5	50	+1·3	
Cerium	(700°)	—	6·6	21		Ce	140	— — 3 4		6·74	50	2·0	
Didymium	(800°)	—	6·5	22		Di	142	— — 3 — 5		—	—	—	
						(14)							
Ytterbium	—	—	(6·9)	(25)		Yb	173	— — 3		9·18	43	(−2)	10
						(1)							
Tantalum	—	—	10·4	18		Ta	182	— — — — 5		7·5	59	4·6	
Tungsten	(1500°)	—	19·1	9·6		W	184	— — — 4 — 6		6·9	67	8	
						(1)							
Osmium	(2500°)	007	22·5	8·5		Os	191	— — 3 4 — 6 — 8		—	—	—	
Iridium	2000°	007	22·4	8·6		Ir	193	— — 3 4 — 6		—	—	—	
Platinum	1775°	005	21·5	9·2		Pt	196	— 2 — 4		—	—	—	
Gold	1045°	014	19·3	10		Au	198	1 — 3	Au_2O	(12·5)	(33)	(13)	11
Mercury	−39°	—	13·6	15	2 —	Hg	200	1† 2†		11·1	39	4·5	
Thallium	294°	031	11·8	17	3 — —	Tl	204	1† — 3	Tl_2O_3	(9·7)	(47)	(4·3)	
Lead	326°	029	11·3	18	4 — — —	Pb	206	— 2† — 4		8·9	53	4·2	
Bismuth	268°	014	9·8	21	3 — —	Bi	208	— — 3 — 5		—	—	—	
						(5)							
Thorium	—	—	11·1	21		Th	232	— — — 4		9·86	54	2·0	12
						(1)							
Uranium	(800°)	—	18·7	13		U	240	— — — 4 — 6		(7·2)	(80)	(9)	

Chimie (Mendeleiev)



Anatomie comparée (Cuvier)



Mécanique (Newton)

On connait tous l'anecdote...

Rubrique à Brac © Gotlib – Dargaud

Mécanique (Newton)

Mais ce qu'on sait moins c'est le sens de l'anecdote

$$\frac{\text{mouvement Lune}}{\text{Terre}} = \frac{\text{mouvement Pomme}}{\text{Terre}} = \text{Tomber}$$

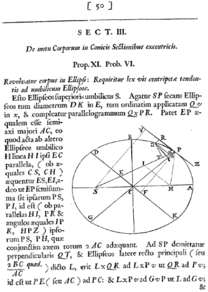
Ce qu'à compris Newton en regardant la pomme tomber c'est que la lune tombait elle aussi.

Le principe du mouvement de la pomme est le même ce que celui du mouvement de la Lune. C'est le sens de l'adjectif dans l'expression gravitation universelle, la gravitation est la même pour tous les objets.

On a aussi

$$\frac{\text{mouvement Terre}}{\text{Soleil}} = \frac{\text{mouvement Lune}}{\text{Terre}} = \text{Tomber}$$

Philosophie (Kant)


[50]

SECT. III.

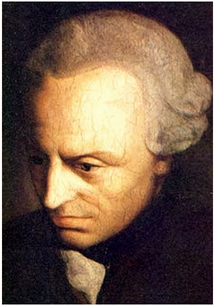
De motu Corporum in Conicis Sectionibus excentricis.

Prop. XI. Prob. VI.

Revolvatur corpus in Ellipſi: Requiritur lex vis centripetæ tendentis ad umbilicum Ellipſeos.

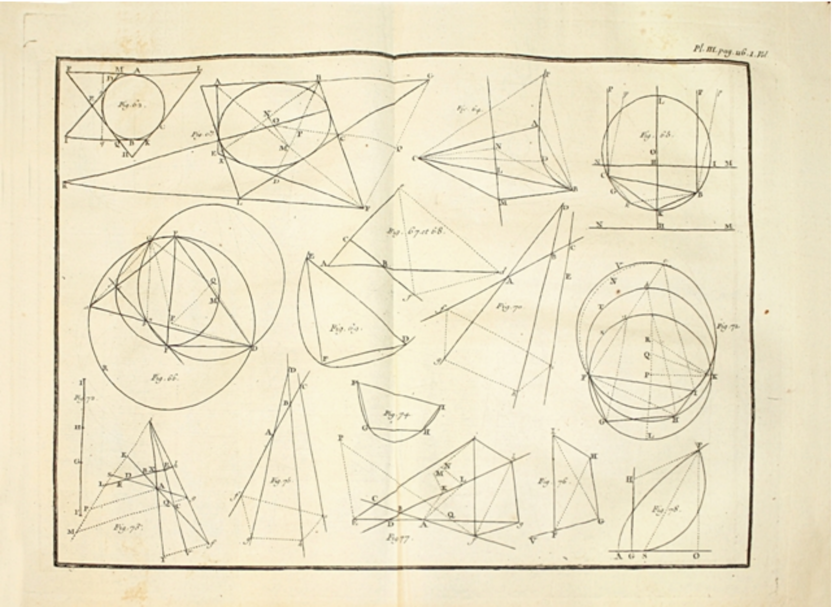
Eſto Ellipſeos ſuperioris umbilicus S. Agatur SP ſecans Ellipſeos tum diametrum DK in E, tum ordinatim applicatam Qv in x, & compleatur parallelogrammum Qx P R. Patet EP æqualem eſſe ſemiaxi majori AC, eo quod acta ab altero Ellipſeos umbilico H linea HI ipſi EC parallela, (ob æquales CS, CH) æquentur ES, EI, adeo ut EP ſemiſumma ſit ipſarum PS, PI, id eſt (ob parallelas HI, PR & angulos æquales IPR, HPZ) ipſorum PS, PH, quæ conjunctim axem totum 2 AC adæquant. Ad SP demittatur perpendicularis QT, & Ellipſeos latere recto principali (ſeu $\frac{2\,BC\ quad.}{AC}$) dicto L, erit $L \times QR$ ad $L \times$ Pv ut QR ad Pv; id eſt ut PE (ſeu AC) ad PC: & $L \times$ Pv ad GvP ut L ad Gv;

&



L'un des grands problèmes de Kant a été le suivant :
comment Newton, avec seulement des dessins sur du papier et des calculs symboliques mathématiques arrive à dire quoique de réel sur le mouvement des planètes ?

Philosophie (Kant)



Philosophie (Kant)

L'espace physique est une chose étrange, car on ne peut pas le "voir" directement, ça n'est pas un objet. On peut voir des objets dans l'espace, mais l'espace, lui, est le truc qui est "entre" les objets, qui les "contient". Mais que veut dire tout ça si on ne voit jamais directement l'espace ?
Si je fais un dessin sur la feuille le support de la feuille lui donne
Qu'est-ce que ça veut dire ?

dessin	feuille de papier
cornichons	pot
objets physiques	espace physique
objets géométriques	espace mathématique (euclidien)

Philosophie (Kant)

La proportionalité

objets physiques	espace physique
objets géométriques	espace mathématique (euclidien $\mathbb{R}^3$)

est la source de la physique mathématique (et de la Critique de la raison pure).

Elle signifie qu'on va décrire les phénomènes physiques en analogie avec les phénomènes mathématiques. Une planète n'est pas un point, sa trajectoire n'est pas une courbe, mais la trajectoire est à la planète comme une courbe est à un point

planète	trajectoire	soleil
point	cercle	centre

Philosophie (Kant)

objets physiques	espace physique
objets géométriques	espace mathématique (euclidien $\mathbb{R}^3$)

L'intérêt de faire ça c'est que les objets mathématiques sont beaucoup plus manipulables que les objets réels. En faisant cette analogie, on manipule par interim les objets physiques.

C'est essentiellement cet intérim que Kant appelle a priori.

Kant dissymétrisait les a priori, mais on peut en fait les inverser : comprendre une courbe mathématique comme quelque chose qu'on parcours, c'est utiliser l'expérience physique a priori sur l'expérience mathématique.

CONCLUSION

Conclusion

Analogie = mise en relations de deux choses

Proportionalité = mise en relations de *quatre* choses
= mise en relations de *deux* choses en contexte
= analogie de *rapports*

objet 1	objet 2
contexte 1	contexte 2

Conclusion

Du point de vue mathématique, l'importance de la règle de trois vient de son rapport avec la notion d'espace

$$\begin{array}{rcl} \text{Règle de 3} & = & \text{moyen de se déplacer dans un espace} \\ & & \& \\ & & \text{moyen d'engendrer cet espace} \end{array}$$